

## Cvičení 6

**Úloha 1.** Upravte Rabinův-Karpův algoritmus, aby uměl najít jehlu s libovolným druhým znakem. Chceme tedy umět najít třeba *past*, *pěst*, *půst*, *post*, *prst*, také třeba *pxst*, ale *port* ani *most* hlásit nechceme.

**Úloha 2.** *Parlamentní kluby*

V parlamentu s  $n$  poslanci je  $m$  různých klubů. Jeden poslanec může být členem mnoha různých klubů. Každý klub nyní potřebuje zvolit svého předsedu a tajemníka tak, aby všichni předsedové a tajemníci byli navzájem různé osoby (tedy aby nikdo „neseděl na více křeslech“). Navrhněte algoritmus, který zvolí všechny předsedy a tajemníky, případně oznámí, že řešení neexistuje.

**Úloha 3.** Na louce je  $n$  svišťů a  $m$  děr v zemi (obojí je zadáno jako body v rovině nebo raději body v nepříliš velké celočíselné mřížce). Když se objeví orel, zvládne svišť uběhnout pouze  $d$  metrů, než bude uloven. Kolik maximálně svišťů se může zachránit útekem do díry, když jedna díra pojme nejvýše jednoho sviště? A co když pojme  $k$  svišťů?

**Úloha 4.** *Bipartitní vrcholové pokrytí.*

Vrcholové pokrytí neorientovaného grafu je množina vrcholů, která „pokrývá“ všechny hrany, tedy každá hrana sousedí alespoň s jedním vrcholem této množiny.

Navrhněte algoritmus pro nalezení *nejmenšího vrcholového pokrytí* v bipartitním grafu.

*Pro obecné grafy není znám algoritmus, který by běžel v čase omezeném jakýmkoli polynomem velikosti grafu (jde o NP-těžký problém.)*

**Úloha 5.** *(Podobnost souborů)*

Bob a Bobek si povídají po telefonu a pojali podezření, že každý z nich používá trochu jinou verzi softwaru pro kouzelný klobouk. Bob navrhuje rozdělit soubor s programem na 32KB bloky, každý z nich zahašovat do 64-bitového čísla a výsledky si říci. Bobek oponuje, že tak by snadno poznali pár změněných bytů, ale vložení jediného bytu by mohlo změnit všechny heše. Poradíme jim, aby soubor prošli „okénkovou“ hešovací funkcí a kdykoliv je nejnižších  $B$  bitů výsledku nulových, začali nový blok. Rozmyslete si, že toto dělení je odolné i proti vkládání a mazání bytů. Jak zvolit  $B$  a parametry hešovací funkce, aby průměrná velikost bloku zůstala 32 KB?

**Úloha 6.** (*Substituční šifra*)

Substituční šifra funguje tak, že zpermutujeme znaky abecedy: například permutací abecedy **abcde** na **dacebo** zašifrujeme slovo **abadcode** na **dadecob**. Buď dáno seno zašifrované substituční šifrou a nezašifrovaná jehla. Najděte všechny možné výskyty jehly v originálním seně (tedy takové pozice v seně, pro něž existuje permutace abecedy, která přeloží jehlu na příslušný kousek sena).