

Cvičení 3

Úloha 1: Jak pomocí prohledávání do hloubky rozpoznáme typ hrany (*stromová, dopředná, zpětná, příčná*)? Jak tato klasifikace souvisí s hodnotami „*in*“ a „*out*“ dvou vrcholů dané hrany?

Úloha 2: Definujme relaci \sim na vrcholech tak, že $x \sim y$ právě když x a y leží na nějakém společném cyklu (povolujeme opakování vrcholů, ale ne hran, izolovaný vrchol bereme jako triviální cyklus). Dokažte, že tato relace je ekvivalence. Jejím třídám se říká „komponenty hranové 2-souvislosti“. Upravte algoritmus na hledání mostů, aby graf rozložil na tyto komponenty.

Úloha 3: Artikulace je takový vrchol, jehož odstraněním dostaneme více komponent souvislosti. Dokažte tuto vlastnost popsat pomocí klasifikace hran v DFS? Pomocí této vlastnosti upravte DFS tak, aby našlo všechny artikulace zadaného grafu.

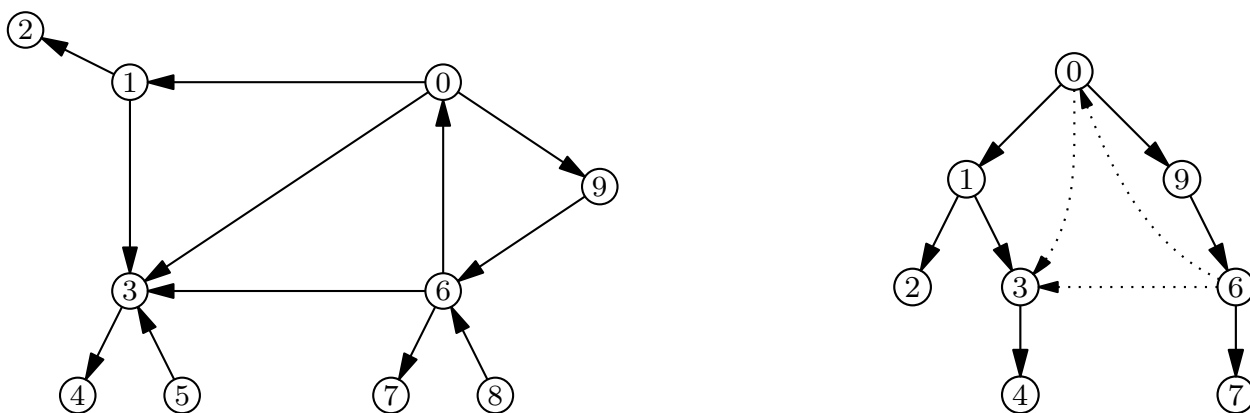
Úloha 4: Dokažte, že pokud se v grafu na alespoň třech vrcholech nachází most, pak je tam také artikulace. Ukažte, že opačná implikace neplatí.

* **Úloha 5:** V každém neorientovaném grafu bez mostů je možné hrany zorientovat tak, aby vznikl silně souvislý orientovaný graf. Vymyslete algoritmus, který takovou orientaci najde.

* **Úloha 6:** Je dána mapa městečka v podobě neorientovaného grafu. Chceme z co nejvíce ulic udělat jednosměrky tak, aby bylo stále možné odkudkoli kamkoli dojet bez porušení předpisů.

Úloha 7: Mějme zadáno klasické čtverečkové bludiště, ve kterém jsou zamčené dveře tří druhů – bronzové, stříbrné a zlaté a odpovídající klíče. Jakmile najdeme klíč, můžeme procházet dveřmi příslušného druhu. Jak najít nejkratší cestu mezi dvěma čtverečky v takovém bludišti?

„Prasátkový“ graf a jeho DFS strom, převzaté z Průvodce:



Hodnoty *inů* a *outů* vrcholů zde odpovídají uzávorkování $(_0(1(2)_2(3(4)_4)_3)_1(9(6(7)_7)_6)_9)_0$.