

Cvičení 8

AVL a (a, b) stromy

Úloha 1. Dokažte, že každé dva BVS lze mezi sebou převádět rotacemi.

Úloha 2. AVL stromy si v každém vrcholu pamatují znaménko, které nabývá třech možných hodnot. Ukažte, jak si vystačit s jedním bitem na vrchol.

Úloha 3. Rozmyslete, že když $b \geq 2a$, operace (a, b) –stromu lze implementovat pomocí jediného průchodu stromem shora dolů.

Úloha 4. Vymyslete datovou strukturu, která bude podporovat následující operace v zadaném čase:

- **Init:** Inicializace struktury – $\mathcal{O}(1)$,
- **Insert(x):** Vloží x do struktury, pokud tam ještě není – $\mathcal{O}(\log n)$,
- **Delete(x):** Smaže x – $\mathcal{O}(\log n)$,
- **Pos(x):** Vrátí číslo i – kolikátý vložený prvek bylo x – $\mathcal{O}(\log n)$,
- **DeletePos(i):** Smaže prvek vložený jako i -tý – $\mathcal{O}(\log n)$,

Úloha 5. Z přednášky víme, že (a, b) –stromy zaručují logaritmicovou cenu operací. Jak přesně závisí složitost na volbách a a b ? Odvoďte, že nemá smysl volit b výrazně vyšší než $2a$.

Úloha 6. Ukažte, že vkládání hodnot $1, \dots, n$ do původně prázdného (a, b) –stromu stihneme v čase $\Theta(n)$, pokud si vždy pamatujeme, ve kterém vrcholu skončil předchozí klíč, abychom nemuseli vždy znovu hledat od kořene.