

Cvičení 1

Úloha 1. (*Asymptotika*)

Roztřídte následující funkce do skupin „stejně rychle rostoucích“ (pro f a g z jedné skupiny platí $f = \Theta(g)$) a následně porovnejte skupiny ostře (pomocí o , resp. ω):

$61 \cdot n$, n^2 , $\log n$, $\log(n^2)$, $(\log n)^2$, \sqrt{n} , 2^n , 2^{2n} , $2^{n \log n}$, $2^{2 \log n}$, 4^n , $2^{(\log n)^2}$, n^n , $n!$, $(n+1)!$ (logaritmy mají dvojkový základ).

Vidíte formální problém v zadání?

Úloha 2. Vyřešte následující rekurence (vždy $T(1) = 1$):

- $T(n) = T(n/2) + \Theta(1)$
- $T(n) = T(n/2) + \Theta(n)$
- $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$
- $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^2)$
- $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^2)$
- * $T(n) = \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + \Theta(n)$

Úloha 3. (*Amortizace*)

Máme číslo n napsané binárně. Jak dlouho trvá jedno přičtení jedničky? Jak dlouho trvá n přičtení jedničky k nule?

(můžete zkusit více způsobů důkazu)

Úloha 4. Pro zadanou posloupnost přirozených čísel rozhodněte, zda obsahuje dvojici čísel se zadaným součtem x .

Úloha 5. Jak alfabetycky seřadit posloupnost slov v lineárním čase (vzhledem k součtu jejich délek)?

Úloha 6. Je dán slovník — množina slov. Navrhněte datovou strukturu, která pro zadané slovo najde:

- (a) co nejlepší rým, resp. slovo ze slovníku s co nejdelším společným suffixem,
- (b) všechny jeho přesmyčky ve slovníku (přesmyčka vznikne jako permutace písmen),
- (c) co nejlepší rým, ale lexikograficky první takový.

Jak si poradit s (nekonstantně) velkou abecedou?

* **Úloha 7.** O orientovaném grafu řekneme, že je *polosouvislý*, pokud mezi každými dvěma vrcholy vede orientovaná cesta alespoň jedním směrem. Navrhněte lineární algoritmus, který polosouvislost grafu rozpozná.

* **Úloha 8.** Směnárna obchoduje s n měnami 1 až n (koruna má číslo 1) a vyhlašuje matici kurzů K . Kurz K_{ij} říká, kolik za jednotku i -té měny dostaneme jednotek té j -té. Jak zjistit, zda existuje posloupnost směn, která začne s jednou korunou a skončí s více korunami?

Nápověda: Bellman-Fordův algoritmus (umí něco, co Dijkstra neumí).