

Cvičení 7

Úloha 1. Rozeberte chování Goldbergova algoritmu na sítích s jednotkovými kapacitami. Bude rychlejší než ostatní algoritmy?

Úloha 2. *Goldberg s nejvyšším vrcholem.*

Navrhněte implementaci vylepšeného Goldbergova algoritmu se zvedáním nejvyššího vrcholu s přebytkem. Počet nenasyčených převedení v takovém případě je $\mathcal{O}(n^2\sqrt{m})$ (to nemusíte dokazovat, na přednášce mělo být $\mathcal{O}(n^3)$), cílem je implementace ve shodném čase.

Úloha 3. Co by se stalo, kdybychom v inicializaci algoritmu umístili zdroj do výšky $n - 1$, $n - 2$, anebo $n - 3$ (namísto n)?

Úloha 4. *Cyklové pokrytí.*

V orientovaném grafu najděte množinu kružnic takovou, aby každý vrchol ležel na právě jedné z nich.

Úloha 5. *Dopravní problém*

Uvažujme továrny T_1, \dots, T_p a obchody O_1, \dots, O_q . Všichni vyrábějí a prodávají tentýž druh zboží. Továrna T_i ho denně vyprodukuje t_i kusů, obchod O_j denně spotřebuje o_j kusů. Navíc známe bipartitní graf určující, která továrna může dodávat zboží kterému obchodu. Najděte efektivní algoritmus, který zjistí, zda je požadavky obchodů možné splnit, aniž by se překročily výrobní kapacity továren, a pokud je to možné, vypíše, ze které továrny se má přepravit kolik zboží do kterého obchodu.

Úloha 6. *Zaokrouhlování matice:*

Na vstupu dostaneme matici A nezáporných reálných čísel o velikosti $r \times s$. Vymyslete algoritmus, který zaokrouhlí prvky matice nahoru nebo dolů tak, že zůstanou zachovány všechny řádkové i sloupcové součty, nebo odpoví, že takové zaokrouhlení neexistuje.

*** Úloha 7.** *Doly a továrny.*

Uvažujeme o vybudování dolů D_1, \dots, D_p a továren T_1, \dots, T_q . Vybudování dolu D_i stojí cenu d_i a od té doby důl zadarmo produkuje neomezené množství i -té suroviny. Továrna T_j potřebuje ke své činnosti zadanou množinu surovin a pokud jsou v provozu všechny doly produkující tyto suroviny, vyděláme na továrně zisk t_j . Vymyslete algoritmus, jenž pro zadané ceny dolů, zisky továren a bipartitní graf závislostí továren na surovinách stanoví, které doly postavit, abychom vydělali co nejvíce. Tedy aby rozdíl zisku a nákladů byl co největší.