Cvičení 13

Z minulého cvičení

Úloha 1. Máte k dispozici *blackbox* (podproces), který říká, jestli má daná formule splňující ohodnocení. Jak nějaké takové splňující ohodnocení naleznete? Blackbox můžete použít vícekrát.

Úloha 2. Máte algoritmus pro problém Nezávislá množina, tj. blackbox, který na vstup (G, k) odpoví, jestli graf G obsahuje nezávislou množinu velikosti k. Jak pomocí polynomiálně mnoha volání tohoto algoritmu nalezneme maximální nezávislou množinu v grafu?

Úloha 3. Navrhněte polynomiální algoritmus pro problém Nezávislá množina pokud je vstupem strom.

Nové úlohy

Úloha 4. Pokud bychom definovali $\mathcal{P}$-úplnost analogicky k $\mathcal{NP}$-úplnosti, které problémy by byly $\mathcal{P}$-úplné?
(Poznámka: pojem $\mathcal{P}$-úplnosti se používá, ale není založen na polynomiální převoditelnosti; ve skutečnosti se používají alespoň dvě neekvivalentní definice $\mathcal{P}$-težkosti)

Úloha 5. Jak řešit problém Vrcholové pokrytí pokud je vstupem strom?

*** Úloha 6.** Řešení problému obchodního cestujícího hrubou silou by prohledávalo graf do hloubky a zkoušelo všechny hamiltonovské kružnice. To může v grafu na n vrcholech trvat až $n!$ kroků. Pokuste se najít rychlejší algoritmus. Dynamickým programováním lze dosáhnout složitosti $\mathcal{O}(2^n \cdot n^k)$ pro konstantní k. To je sice exponenciální, ale stále mnohem lepší než faktoriál.

*** Úloha 7.** Hledejme vrcholové pokrytí následujícím hladovým algoritmem. V každém kroku vybereme vrchol nejvyššího stupně, přidáme ho do pokrytí a odstraníme ho z grafu i se všemi již pokrytými hranami. Je nalezené pokrytí nejmenší? Nebo alespoň $\mathcal{O}(1)$-aproximace nejmenšího?
Hint: Jak sestavit bipartitní graf, kde popsaný algoritmus vybere jako pokrytí větší z partit (konstrukce musí zaručit asymptoticky větší velikost)?