

Cvičení 2

Prohledávání grafů

Úloha 1: Jak zjistit, jestli je zadaný graf strom?

Úloha 2: Jak zjistit, jestli je zadaný graf bipartitní?

Úloha 3: Spravujeme počítačovou síť, která tvoří neorientovaný graf. Dva počítače spolu mohou komunikovat, pokud mezi nimi v grafu vede cesta. Udržujeme síť tak, že každé dva zapnuté počítače spolu mohou komunikovat.

Kvůli údržbě budeme muset na čas všechny stroje vypnout. Navrhněte algoritmus, který vydá pořadí vypínání počítačů tak, že do poslední chvíle spolu každé dva zapnuté mohou komunikovat.

Úloha 4: Jak najít *nejdelší* cestu ve stromě?

Úloha 5: Máme mapu městečka v podobě neorientovaného grafu. Parta asfaltérů umí za jednu směnu vyasfaltovat dvě na sebe navazující ulice. Doporučte jim, které dvě mají vyasfaltovat v každé směně. Jde takto vyasfaltovat každou ulici právě jednou vždy, když je ulic celkově sudý počet?

Reprezentace grafů

Úloha 6: Jakou časovou složitost mají BFS a DFS, když graf reprezentujeme maticí sousednosti?

Úloha 7: Je-li A matice sousednosti grafu, co popisuje matice A^2 ? A co A^k ? (Mocniny matic definujeme takto: $A^1 = A$, $A^{k+1} = A^k A$.)

Na základě svého pozorování vytvořte algoritmus, který pomocí $\mathcal{O}(\log n)$ násobení matic spočítá *matici dosažitelnosti*. To je nula-jedničková matice A^* , v níž $A_{i,j}^* = 1$ právě tehdy, když z i do j vede cesta.