

Cvičení 6

Řezové lemma: Necht G je graf s unikátním ohodnocením hran, R elementární řez a T minimální kostra G . Je-li e *nejlehčí* hrana řezu, pak nutně $e \in T$.

Cyklové lemma: Necht G je graf s unikátním ohodnocením hran, C cyklus v G a T minimální kostra G . Je-li e *nejtěžší* hrana v C , pak nutně $e \notin T$.

Úloha 1: Dokažte cyklové lemma.

Úloha 2: Co se pokazí, když nemáme zaručenou unikátnost hran?

- Najdou algoritmy z přednášky, Jarníkův, Borůvkův a Kruskalův, stále minimální kostru?
- Navrhněte a dokažte podobu Řezového lemmatu, která platí i bez záruky unikátnosti hran.

Úloha 3: Jak hledání minimální kostry ovlivní záporné hrany nebo cykly? Co kdybychom chtěli místo minimální kostry kostru maximální?

Úloha 4: Řekněme, že jsme našli minimální kostru nějakého grafu. Jak najít novou minimální kostru když:

- (a) z grafu odstraníme jednu hranu,
- (b) zvýšíme váhu jedné hrany,
- (c) snížíme váhu jedné hrany?

Úloha 5: Dokažte, že mosty v grafu jsou právě ty hrany, které leží v průniku všech koster.

Úloha 6: Jak najít *druhou nejmenší* kostru?