Cvičení 1

Kvíz: Jakou množinu mohou (v závislosti na hodnotách a_1, a_2, a_3, b) tvořit body $(x_1, x_2, x_3)^T$, které splňují rovnost $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$?
(pracujeme v reálných číslech, zakroužkujte *všechny* správné možnosti)

(a) prázdná množina
(b) bod
(c) úsečka
(d) přímka
(e) rovina
(f) celý prostor $\mathbb{R}^3$

Úloha 1. Vyřešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

Úloha 2. Nalezněte všechna řešení (x, y) následující soustavy.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ -6x - 9y &= -12 \end{aligned}$$

Úloha 3. Nalezněte všechna řešení (x, y, z) následující soustavy.

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 2 \\ y + z &= 1 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

Úloha 4. Určete průsečík roviny

$$\rho : 2x + 4y - 3z + 1 = 0$$

a přímky

$$p : (x, y, z) = (0, 3, -1) + t \cdot (1, -1, 2)(t \in \mathbb{R}).$$

Úloha 5. Matěj zjistil, že jeho soustava lineárních rovnic má řešení $(2, 0)^T$ a $(5, 3)^T$. Jak mohla vypadat Matějova soustava? Jak mohla vypadat množina všech řešení?

Úloha 6. Mějme rovinu danou body $(2,3,3)$, $(3,4,3)$ a $(1,3,2)$. Jak ji můžeme zapsat rovnicí?

Úloha 7. Najděte soustavu lineárních rovnic se zadaným řešením.

(a) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = t \cdot (-2, 1, 0, 0), \quad t \in \mathbb{R}$,

(b) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 2, 3, 4) + t \cdot (-2, 1, 0, 0) + s \cdot (0, 0, 1, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$.

Úloha 8. Vyřešte soustavu s parametrem $a \in \mathbb{R}$.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{array}\right)$$

Úloha 9. Vyřešte soustavu lineárních rovnic s různými pravými stranami.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 1 & -5 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 13 \\ -3 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

Jak to dělat co nejefektivněji?